

# Articulación de la escuela y el contexto: un caso de la modelación del precio del lulo (*Solanum quitoense*) desde el aula de clase\*

Juan Pablo Pérez Perdomo\*\*

Jairo Mora Delgado\*\*\*

Recibido: 26-08-2022

Aceptado: 30-08-2022

**Citar como:** Pérez Perdomo, J. P. y Mora Delgado, J. (2023). Articulación de la escuela y el contexto: un caso de la modelación del precio del lulo (*Solanum quitoense*) desde el aula de clase. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, 16(2), 11-37. <https://doi.org/10.15332/25005421.7944>

## Resumen

El objetivo del artículo es describir el proceso de modelación matemática desarrollado en el aula de clases durante dos años escolares, años que comprende la educación media en Colombia, este tipo de propuestas son escasas y poco implementadas en la escuela; esta investigación se aborda desde un enfoque cualitativo; describiendo, interpretando y comprendiendo todo el proceso desde la observación, interacción, producción escrita y oral desde el aula de clase para el caso del precio del lulo en Colombia, este proceso es realizado como un ejercicio de aula; dentro de sus principales resultados se encuentra la articulación

---

\*Derivado del proyecto de investigación doctoral titulado "La modelación como estrategia de enseñanza para las relaciones funcionales: Estudio de casos en temas sociales, ambientales y biológicos con estudiantes de educación media", Universidad del Tolima.

\*\*Profesor de la Institución Educativa La Sagrada Familia, Ibagué (Colombia); estudiante de Doctorado en Ciencias de la Educación, Universidad del Tolima, Ibagué.

Correo electrónico: [jpperezp@ut.edu.co](mailto:jpperezp@ut.edu.co)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1658-216X>

Google Scholar: [https://scholar.google.com/citations?view\\_op=list\\_works&hl=es&user=d3llgKEAAAAJ](https://scholar.google.com/citations?view_op=list_works&hl=es&user=d3llgKEAAAAJ)

\*\*\*Profesor Titular, Departamento de Producción Pecuaria, Universidad del Tolima.

Correo electrónico: [jrmora@ut.edu.co](mailto:jrmora@ut.edu.co)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1093-4216>

Google Scholar: <https://scholar.google.es/citations?user=yulPOQcAAAAJ&hl=es>

de los contenidos escolares con el contexto de los estudiantes y en el cual se describen los diferentes momentos que se evoca al enfrentar el caso del precio del lulo en Colombia; lo anterior, permitiendo captar el interés de los estudiantes durante todo el proceso, logrando identificar la articulación de los contenidos escolares al enfrentar la solución del problema y describir cada uno de los momentos de la modelación matemática desde la perspectiva de Blum.

**Palabras claves:** educación, aula, matemática, modelo matemático, plan de estudios integrado, enseñanza secundaria.

## Articulation of the school and the context: the case of modeling the price of lulo (*Solanum quitoense*) from the classroom

### Abstract

The objective of the article is to describe the process of mathematical modeling developed in the classroom during two school years, years that comprise secondary education in Colombia, these types of proposals are scarce and little implemented in the school; This research is approached from a qualitative approach; describing, interpreting and understanding the entire process from observation, interaction, written and oral production from the classroom for the case of the price of lulo in Colombia, this process is carried out as a classroom exercise; Among its main results is the articulation of school content with the context of the students and in which the different moments that are evoked when facing the case of the price of lulo in Colombia are described; the above, allowing to capture the interest of the students throughout the process, managing to identify the articulation

of the school contents when facing the solution of the problem and describing each one of the moments of the mathematical modeling from the perspective of Blum.

**Keywords:** education, classroom, mathematics, mathematical model, integrated curriculum, secondary education.

## Articulação da escola e do contexto: um caso de modelagem do preço do lulo (*Solanum quitoense*) na sala de aula.

### Resumo

O objetivo do artigo é descrever o processo de modelagem matemática desenvolvido em sala de aula durante dois anos escolares, anos que compõem o ensino médio na Colômbia, esses tipos de propostas são escassas e pouco implementadas na escola; Esta pesquisa é abordada a partir de uma abordagem qualitativa; descrevendo, interpretando e compreendendo todo o processo de observação, interação, produção escrita e oral da sala de aula para o caso do preço do lulo na Colômbia, este processo é realizado como um exercício de sala de aula; Entre seus principais resultados está a articulação do conteúdo escolar com o contexto dos alunos e em que são descritos os diferentes momentos que são evocados diante do caso do preço do lulo na Colômbia; o exposto, permitindo captar o interesse dos alunos ao longo do processo, conseguindo identificar a articulação dos conteúdos escolares no enfrentamento da solução do problema e descrevendo cada um dos momentos da modelagem matemática na perspectiva de Blum.

**Palavras-chave:** educação, sala de aula, matemática, modelo matemático, currículo integrado, ensino médio.

## Introducción

Cuando se aborda la discusión sobre la modelación matemática se presentan dos grandes perspectivas, la primera, ver la modelación matemática como una actividad científica, en la cual se construye un modelo con el fin de afrontar un problema que no ha sido solucionado, o avanzar en el conocimiento científico dentro de un área específica, generalmente externa al propósito educativo. La segunda, es la perspectiva educativa, en la cual el modelo tiene un objetivo específico dentro de la construcción de un concepto matemático, estos modelos tienen la intención de motivar al estudiante en la apropiación de conocimientos y en la reflexión de contextos cotidianos o de otras ciencias (Villa Ochoa, 2007).

Esta investigación se centra en la perspectiva educativa de la modelación matemática en el aula de clase. Investigaciones como la propuesta por Urinov (2020) han determinado que articular los contenidos escolares de la matemática con situaciones extracurriculares permite resaltar su utilidad, logrando que los estudiantes prefieran asistir a este tipo de espacios educativos, pero también determinan que la conexión entre la matemática y la realidad les demanda un mayor esfuerzo. Otras investigaciones como la de Sepulveda *et al.* (2020) demuestran como la modelación es una herramienta valiosa en el proceso de formación con estudiantes de ingeniería, y determinan que los estudiantes valoran la articulación con fenómenos específicos de su disciplina; así, los procesos de modelación son aplicados para que estudiantes de otras disciplinas comprendan contenidos matemáticos y para que matemáticos comprendan fenómenos de otras disciplinas, como en Hellel *et al.* (2010), quienes logran que estudiantes de biología apropien herramientas matemáticas y que matemáticos, ingenieros y físicos comprendan procesos biológicos.

Existen diversas investigaciones sobre la modelación matemática en el aula de clase, pero a pesar de su existencia, es poco su uso en la escuela. Una investigación realizada por Jimenez y Gutierrez (2017) estudia la realidad en el aula de clase de matemáticas, logrando identificar prácticas en el procesos enseñanza aprendizaje, como docentes que priorizan la explicación, poca participación de los estudiantes, y tareas de ejercitación y repetición, donde el docente dedica gran parte del tiempo en repetir la explicación y sus estudiantes a pedir que la vuelva a explicar, generando en los estudiantes gran dependencia del docente y poca reflexión de los mismos. Esto, obliga a generar nuevas prácticas dentro del aula de clase, es decir, se debe estrechar la relación entre la matemática escolar y la realidad contextual de las personas (Cordero *et al.*, 2019).

La aplicación de la modelación matemática en el aula de clase se convierte en una necesidad, es la manera de innovar el cómo se enseña la matemática escolar. En términos de Olarte (2020), los procesos de modelación mejoran el ambiente de aula, los estudiantes se muestran motivados y dispuestos a estudiar matemática cuando se incluyen situaciones problémicas enfocadas en las necesidades del estudiante, que permitan la interacción del docente con su contexto y el contenido escolar; investigaciones como la realizada por Tobar, Carabalí-Banguero, & Bonilla (2020) donde se resalta el uso de actividades en contexto que permiten el desarrollo de diversas competencias, describen como el desarrollo de la huerta escolar permite el incremento del interés de los estudiantes en las asignaturas involucradas durante la actividad; sobre la misma línea, podemos resaltar, que el uso de herramientas computacionales dentro de una institución educativa para la solución de una situación contextual, permite desarrollar competencias laborales, aprendizajes significativos y fortalecer habilidades tecnológicas, generando aprendizajes que se pueden poner al servicio de la comunidad (Carabalí, Carabalí-Banguero, & Carabalí Caracas, 2018); esto resalta la importancia de articular los

contenidos escolares con el contexto de los estudiantes, convirtiendo la modelación matemática en una herramienta fundamental dentro de los procesos del aula de matemática.

No obstante, la modelación matemática no se limita a dar respuesta a una situación dada; su principal objetivo, se encuentra en el proceso que permite llegar a ese resultado. Este proceso no se restringe al desarrollo de competencias matemáticas, sino a diversas competencias como la comprensión de lectura, la comunicación y la construcción de destrezas en la resolución de problemas. Este proceso es cíclico, no lineal, permitiendo pasar por diferentes períodos y pasar de uno al otro según sea el caso (Blum, 2009).

El ciclo de modelación inicia con la comprensión, delimitación y simplificación de la situación real, lo que permite **estructurar** un modelo; esta primera fase es de experimentación, observación y recolección de información. Luego, se realiza la **matematización** para obtener un modelo con el cual se realiza una **resolución** por medio de procedimientos, análisis de gráficas, ecuaciones, algoritmos y métodos matemáticos, los cuales se **interpretan** a la luz del problema real, permitiendo **validar** los resultados. En caso de que se dé la validación, se procede a la **comunicación**. En el ciclo de modelación, cada uno de los momentos tienen una función específica y de igual importancia, resaltando que el ciclo de modelación no es lineal, en cada momento puede realizar saltos a procesos anteriores o superiores (Blum, 2009).

El objetivo de esta investigación es describir un proceso de aula, que permite el desarrollo de un modelo matemático, durante las sesiones de clases en una institución educativa de básica secundaria. Esta investigación retoma la clasificación realizada por Kaiser *et al.* (2007), que clasifica la modelación en modelos realistas, contextuales, educativos, epistemológicos, sociocríticos y cognitivos; cabe advertir que es difícil delimitar esta experiencia en un solo modelo, para este

caso particular, podríamos indicar que se encuentra dentro de la modelación realista, educativa y cognitiva; la experiencia se centra en el proceso que permite la construcción un modelo matemático, modelo que nace desde el interés del estudiante, de una problemática real en su contexto y que permite la apropiación de conceptos matemáticos.

## Metodología

La investigación se enfrenta desde un enfoque cualitativo, permitiendo describir, interpretar y comprender estos procesos desde la observación, interacciones, experiencias y acciones grupales o individuales en busca de la solución al problema de su propia realidad. Esto, permite comprender la realidad contextual y asociarla con la matemática escolar, proyectando soluciones acordes a las expectativas de la comunidad (Peña y Jaramillo, 2008).

Esta investigación se aborda desde un estudio de caso que permite estudiar la interacción entre los estudiantes, la actividad matemática y el contexto; diferentes autores coinciden en la importancia del estudio de caso en diferentes contextos y características específicas. Chatty (1996) y Martínez (2006) resaltan la forma como el estudio de caso permite comprender la dinámica dentro de un contexto específico, dar respuesta al cómo se desarrolla el proceso y por qué ocurre, examina e indaga sobre un fenómeno en su entorno, permite estudiar los fenómenos desde múltiples perspectivas y permite obtener datos de diferentes fuentes.

Se realiza en la institución educativa la Sagrada Familia, institución pública ubicada en el municipio de Ibagué, departamento del Tolima-Colombia; es una institución de aproximadamente 2000 estudiantes de niveles socioeconómicos bajos, principalmente de estratos 1 y 2. Durante muchos años esta institución ha encaminado sus esfuerzos para ofertar currículos orientados al desarrollo de habilidades laborales

en la educación media. Sin embargo, en la actualidad se ha generado la necesidad de diseñar programas de profundización en determinadas áreas de las ciencias básicas, como matemáticas, física, química, biología y la comunicación, los cuales están orientados en la reflexión del contexto, y cómo se articulan con el conocimiento escolar.

El 2020 inicia el programa de profundización con un grupo de 35 estudiantes, todos ingresan de forma voluntaria y muestran su interés por el estudio de la matemática, física, química o biología. El programa está diseñado para que los estudiantes realicen un proceso de exploración en todas estas áreas durante el primer año, además articularlas con problemas de tipo ambiental, biológico o social; el segundo año se centran en un proceso de investigación, este proceso nace de sus propios intereses, en el área que cada estudiante determine y en el problema que identifiquen. En la tabla 1 se presenta la estructura oficial del programa durante los dos años de educación media.

**Tabla 1.** Plan del programa de profundización en matemática y ciencias aplicadas

GRADO	ESTÁNDAR			Operaciones (¿qué hacer?)	Contenido mínimo
	Factor	Enunciado identificador	Subprocesos		
10º	Matemática aplicada	Modelo matemáticamente situaciones de contaminación usando la regresión lineal.	Análisis problemáticas relacionadas con el problema a: Contaminación ambiental (aire, agua y suelo) y sus secuelas: efecto invernadero...	Identificar variables que intervienen en problemáticas asociadas a la contaminación ambiental. Estudiar la relación entre variables haciendo uso de la técnica de regresión lineal.	Regresión lineal y estudio de modelos matemáticos básicos.
	Biofísica Aplicada	Reconozco diversas formas de producción de energía y las formas en que han contribuido a cambiar las maneras de vivir en el territorio.	Análisis problemáticas relacionadas con el problema b: Una urbanización creciente y desordenada	Identificar las condiciones que han hecho posible la consolidación de las ciudades como formas particulares de habitar el territorio.	Conceptos de trabajo y energía y la producción de residuos.



GRADO	ESTÁNDAR			Operaciones (¿qué hacer?)	Contenido mínimo
	Factor	Enunciado identificador	Subprocesos		
10°	Bioquímica Aplicada	Identifico los requisitos bioquímicos que tiene el mantenimiento de la vida	Análisis problemáticas relacionadas con el problema c: Agotamiento de los recursos naturales	Identificar los requerimientos mínimos que tiene el mantenimiento de la vida sobre el planeta Tierra	Requerimientos bioquímicos y recursos necesarios para el sostenimiento de la vida.
	Ecología Aplicada	Identifico el papel de la diversidad biológica y cultural en el sostenimiento y evolución de los ecosistemas	Análisis problemáticas relacionadas con el problema d: La destrucción de la biodiversidad (biológica y cultural), y en última instancia la desertificación	Identificar la importancia de la diversidad biológica y cultural como atributo clave en la sucesión ecológica de las especies que mantienen relaciones al interior de los ecosistemas.	La importancia de la diversidad biológica y cultural en la sucesión ecológica de los ecosistemas
11°	Exploración de problemas a investigar	Identifico ámbitos de la realidad que son de mi interés como ámbitos a investigar desde las ciencias naturales y las matemáticas	Estudiar la realidad desde fuentes diversas (escritas, orales, experienciales, etc.).	A partir de los aprendizajes del grado décimo, se busca identificar problemas de investigación que sean de interés para los estudiantes.	La definición de un problema de investigación que sea de interés
	Investigación académica	Desarrollo un primer estudio de un problema de interés y presento los resultados respectivos en formatos propios de la comunidad académica.	Desarrollar una investigación sobre problemáticas particulares de interés. Construir textos que reflejen los hallazgos obtenidos en el proceso de indagación. Defender los hallazgos en un entorno y bajo reglas de carácter académico. Identificar ámbitos de interés que contribuyan a orientar vocacionalmente los estudios en la educación superior.	A partir de la exploración del semestre A, en grado once, se pretende que cada estudiante -individualmente o por grupos de trabajo- identifique y desarrolle un primer estudio acerca de un problema de investigación que sea de su interés.	Desarrollo completo de una primera investigación de interés

Fuente: Institución educativa la sagrada familia (2020).

Las clases se orientan en jornada complementaria, es decir durante 5 horas semanales adicionales a los cursos obligatorios que imparte la institución para todos sus estudiantes, las clases durante el primer año son orientadas por diferentes docentes, cada docente orienta un módulo determinado, dependiendo de su especialidad; los

módulos del primer año son: matemática aplicada, ecología aplicada, bioquímica aplicada y biofísica aplicada, estos cursos se desarrollan bajo la dirección del plan de área que se muestra en la tabla 1; durante el segundo año las clases se dividen en dos momentos; el primero, está orientado a la escritura científica, el cual está dirigido por una docente del área de humanidades y el segundo está relacionado con el proceso de investigación académica, orientado por un docente con experiencia investigativa.

Los 35 estudiantes realizaron procesos de investigación en el aula en diferentes áreas. Para ello, se conformaron grupos por afinidad de intereses; entre estos grupos, tres se orientaron a construir un proceso de modelación, los cuales fueron objeto de esta investigación. Estos procesos estaban relacionados con el comportamiento del covid 19, el cáncer de piel y el precio de lulo en Colombia, respectivamente; para fines de este artículo se describe y analiza el ejercicio de modelación relacionado con el precio del lulo en Colombia, dado, que este resume el proceso realizado en los otros modelos.

El proceso de modelización fue realizado durante dos años escolares; bajo el liderazgo de una estudiante destacada de 17 años. Todo el proceso se desarrolla en el contexto del aula de clases, durante el 2020 y 2021, primero de manera presencial y luego de forma virtual. Se inició con la exploración e identificación de un problema dentro de su contexto familiar.

## Resultados

### El proceso de seducción a la participación.

A continuación se realiza una descripción de los diferentes momentos del proceso de modelación, este proceso se desarrolla durante dos años escolares, años de la educación media, el proceso inicia en

los últimos meses del 2019 con la convocatoria para que los estudiantes se inscriban de forma voluntaria en los diferentes programas que oferta la institución, entre estos se encuentran: Técnico en sistemas, técnico en administración, profundización en comunicación, programa académico y profundización en matemáticas y ciencias; esto permite que los estudiantes puedan escoger desde su propio interés.

El interés que los estudiantes manifiestan al ingresar al programa de profundización se pueden clasificar en tres grandes grupos; el primer es el grupo de estudiantes que consideran que al ingresar al programa de profundización podrán mejorar y profundizar los conocimientos matemáticos y esto les permite obtener un mejor puntaje en las pruebas saber 11, el segundo está conformado por aquellos estudiantes que quieren profundizar en temas específicos de la ciencia, como en biología, química o en física y el tercer grupo son aquellos estudiantes que se sienten motivados por determinados problemas de tipo social, ambiental y consideran que pueden ayudar a su solución con la aplicación de la matemáticas o de las ciencias naturales.

Como se indica anteriormente esta investigación se centra en el procesos de modelación del precio del lulo en Colombia, este proceso es desarrollado por una estudiante que parte de su propio interés y realiza todo un ejercicio de investigación durante sus dos años en el programa de profundización matemática.

## Modelación del precio del Lulo en Colombia

Manuela es una estudiante del programa de profundización en matemáticas y ciencias, una de las preguntas que se les realiza cuando ingresan a este programa está relacionada con los motivos para inscribirse al programa, la respuesta de Manuela es:

Siempre me ha ido bien en matemáticas y creo que me puede servir para obtener un buen puntaje icfes. (Entrada diario de campo, febrero 2020)

Su interés está centrado en poder obtener un buen puntaje ICFES, el ICFES en Colombia es la entidad que realiza las pruebas saber 11, el puntaje de estas pruebas determina el ingreso a la educación superior, un buen puntaje, garantiza poder estudiar el programa que ellos determinen en una de las universidades del país, además, poder acceder a incentivos que otorga el gobierno, por ejemplo, becas para matrícula y manutención en cualquier universidad pública o privada del país.

En el segundo año (2021) inician con el proceso de investigación, este proceso inicia con la identificación del problema y su articulación con los contenidos escolares, la estudiante identifica un problema en los precios de productos agrícolas:

¿Para qué predecir el precio de un producto agrícola?

Los productores, mejor llamados campesinos, al momento de sembrar para obtener su cosecha en unos meses, no se les asegura que tendrán una buena paga al momento de venderlos a los comerciantes primarios (aquellos que compran los productos agrícolas para venderlos a las industrias), la modelación de precios está pensada para ayudar a los campesinos a saber el precio que tendrá su cosecha al momento de venderla y obtener un mejor aprovechamiento de los precios.

Cabe aclarar que el precio de un producto agrícola difiere por distintas razones, entre estas están la temperatura, el clima, puede que el efecto invernadero afecte también, la localidad en que se encuentre

la cosecha, entre otros. Estas razones-variables no se tomarán en cuenta en este trabajo. (Rojas, 2021)

Además de identificar una situación problema, también comienza a relacionar contenidos escolares; en el texto, la estudiante describe como razones que intervienen en el precio de los productos a la temperatura, clima, efecto invernadero y localidad, estas razones las identifica como variables, es decir, está relacionando estas razones como variables de tipo independiente y al precio como una variable de tipo dependiente; además va delimitando el problema de forma explícita al descartar este tipo de variables, este momento lo podemos identificar como un momento de **construcción**, donde se evidencia el proceso que hace al entender el problema.

Como se había dicho antes, un producto agrícola posee distintas características físicas y químicas, posee además comportamientos en el ámbito de crecimiento, de recolección y en el de la economía, del cual podemos identificar el precio del mismo, que es el que vamos a estudiar, el fenómeno que se quiere modelar es la variabilidad de estos precios. (Rojas, 2021)

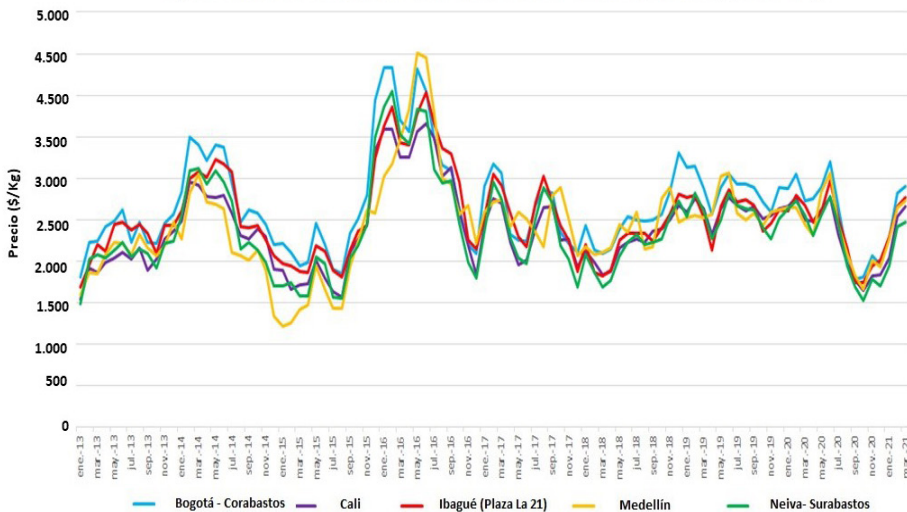
Sigue estudiando el problema, en este caso identifica de forma general las características y comportamientos de los productos agrícolas, al tiempo continúa delimitando el problema, sigue usando conceptos de matemática escolar como la variabilidad.

El problema inicialmente es sobre los productos agrícolas, pero la estudiante realiza una delimitación del problema y se centra en el precio del lulo en Colombia, la razón se identifica cuando en uno de los diálogos entre el investigador y la estudiante se le pregunta sobre la razón de limitar el estudio al precio del lulo.

Tengo unos familiares en el Huila que cultivan lulo, yo paso vacaciones donde ellos y me doy cuenta del problema del precio al momento de vender el producto, en muchos casos pierden plata, pero es como por la temporada en que se vende. Creo que les puede ayudar a saber en qué momento el precio va a estar bueno. (M. Rojas, comunicación personal, septiembre 2021)

El problema inicia desde su interés personal, en este caso querer ayudar a sus familiares a vender su producto a un buen precio; el proceso de modelación se encuentra en proceso de **estructuración**, se está delimitando y simplificando el problema para iniciar la construcción de un modelo matemática, inicia con un proceso de exploración de los datos, delimitar el problema en el precio del lulo e inicia con la búsqueda de información real del precio del lulo, en este caso, encuentra los datos que se registran en el sistema de información de precios SIPSA del departamento administrativo nacional de estadística DANE, con estos datos realiza una representación gráfica.

Figura 1. Precios del lulo en diferentes ciudades



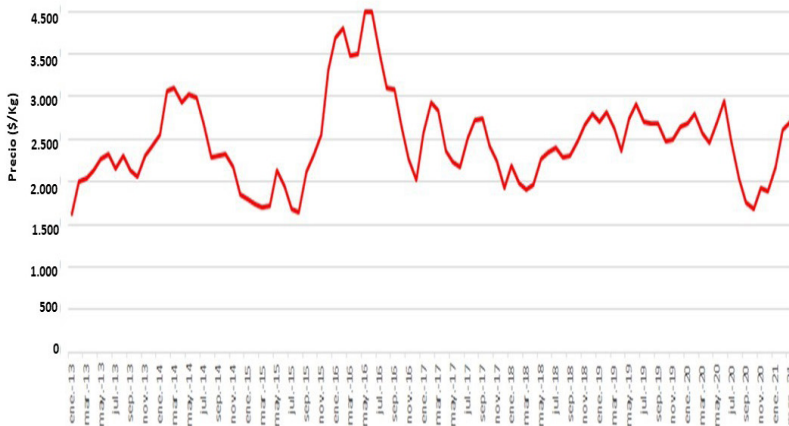
Fuente: elaborado por Manuela Rojas.

En la figura 1 compara los datos de Bogotá, Cali, Ibagué y Neiva, realiza inferencias respecto al comportamiento del precio, sus interpretaciones están centradas en la poca variabilidad entre ciudades, también determina que en el mes de mayo del 2016 se presenta un pico en los precios.

La diferencia de precios entre los municipios no es muy alta. Se pueden observar alzas y caídas del precio, una de las más prominentes es el alza en mayo del 2016 y otra es la baja en enero del 2015. (Rojas, 2021)

Lo anterior se puede identificar como un proceso de **matematización** dado que realiza una representación gráfica del comportamiento de los datos, logra identificar tendencias y variaciones en los precios del lulo en diferentes ciudades y durante varios años 2013-2021, adicional, continúa simplificando el problema y realiza un promedio entre los datos de las ciudades, como se evidencia en la figura 2, en este caso se identifica la articulación de conocimientos escolares como el promedio con el problema real que está estudiando.

Figura 2. Precio promedio del del lulo en Colombia (2013-2021)



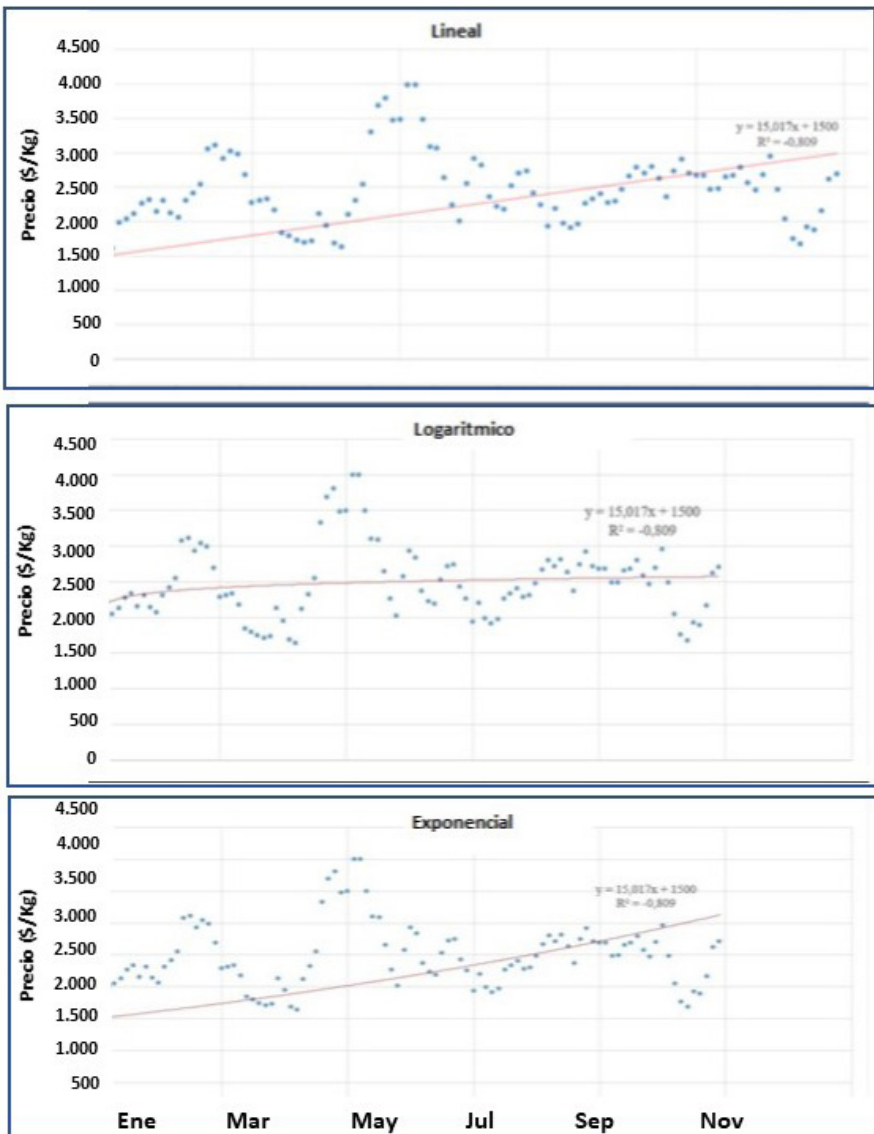
Fuente: elaborado por Manuela Rojas.

Analiza los resultados de la figura 2 y realiza una clasificación evocando conocimientos escolares, para este caso determina que la variación del precio es muy alta y no se podría relacionar con una línea recta, esta afirmación la verifica de forma gráfica por medio de gráficos de dispersión y tendencia. Este momento del proceso lo podemos asociar a la **resolución**, aunque en el caso particular de Manuela va realizando la resolución del problema, al tiempo **interpreta** y **válida** desde la teoría cada uno de sus modelos matemáticos. Este resultado muestra que el proceso de modelación no es lineal, en este caso se encuentra una solución al problema, se interpreta, pero al validar el proceso regresa a la resolución.

Mostraremos algunas de las gráficas realizadas por la estudiante, no las incluimos todas, por considerar que con una muestra de ellas podemos ilustrar el proceso de modelación, adicional se registran algunos de los comentarios realizados por Manuela para interpretar y validar los modelos de tendencia.



Figura 3. Datos observados (puntos) y predichos (líneas) mediante diferentes modelos



Fuente: elaborado por Manuela Rojas.

Observaciones: Las líneas de tendencia correspondientes a la lineal, la logarítmica, la exponencial y el polinómico grado 2 tienen un R

cuadrado negativo, así que quedan totalmente descartadas como posibles modelos.

Las que poseen un valor de R cuadrado positivo y además idéntico, serían la polinómica, grado 4 y la de grado 6. Sin embargo, este valor se encuentra aún lejano a uno: siendo 0,03, estaríamos hablando de un ajuste del 3 %, lo que expresa el muy poco ajuste de las líneas de tendencia con el comportamiento de los precios del lulo de enero 2013 a abril del 2021. (Rojas, 2021)

Se observa la articulación del conocimiento escolar, usa curvas de regresión, interpreta el valor del coeficiente de determinación, lo que le permite validar o refutar el modelo en cada uno de los casos, usa herramientas escolares como el Excel y su aplicación en la búsqueda de la solución al problema de la modelación del precio del lulo, es claro que constantemente interpreta y valida cada uno de sus resultados; en este momento del proceso determina que los modelos no se están ajustando a los datos reales, al ver que con la totalidad de los datos no logra un buen ajuste decide analizar los datos por meses específicos.

Debido a la variabilidad de los datos en conjunto, se decidió organizar los datos por meses y se realizó exactamente lo mismo que con los datos en conjunto. (Rojas, 2021)

Esta determinación la toma basada en la interpretación y validación de los modelos de regresión, es de resaltar que la estudiante ha encontrado modelos para predecir el precio del lulo, pero considera que estos modelos no están ajustados a la realidad, considera que no logran dar solución a su problema, en este momento vuelve a un proceso **estructuración** y decide delimitar aún más el problema, ahora lo delimita al análisis mensual, en este caso vuelve a usar los mismos métodos matemáticos.

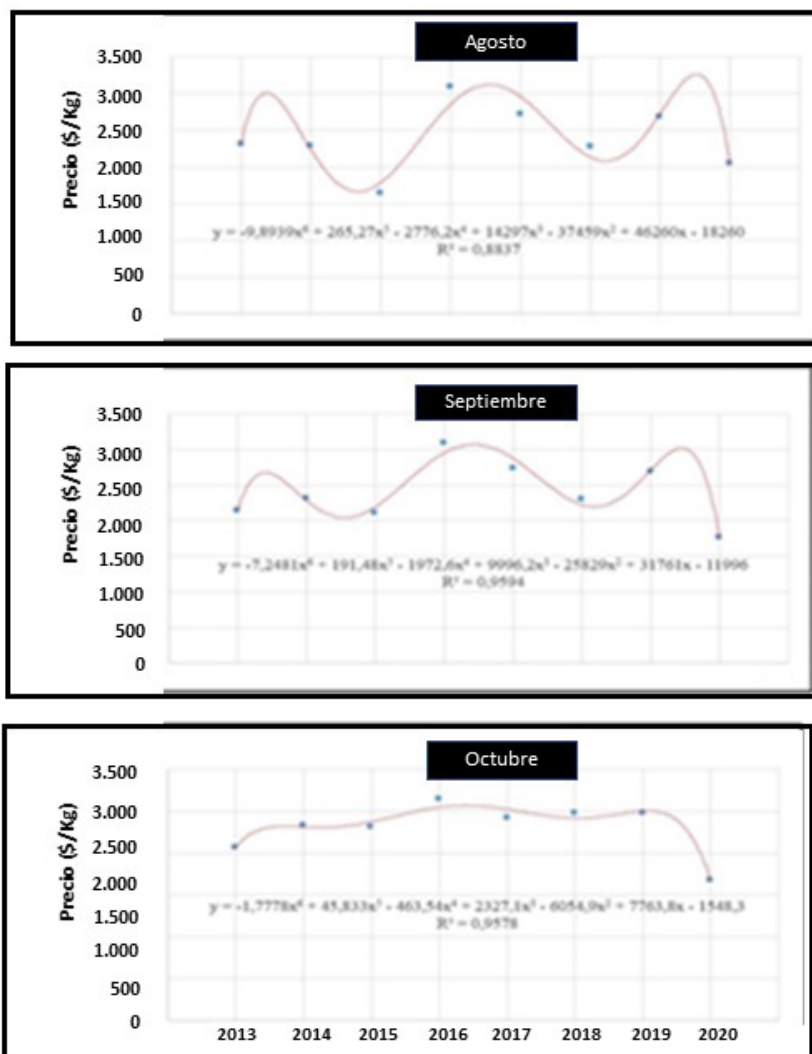
Tabla 2. Resumen de modelos de regresión mes a mes.

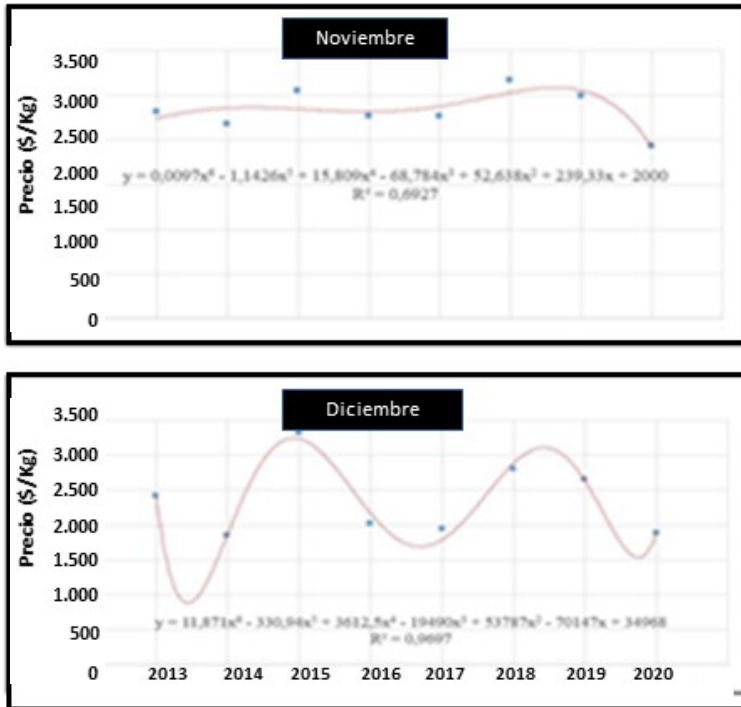
Mes		Ecuación de la función y R cuadrado		
		Lineal	Logarítmica	Exponencial
Ecuación	Enero	$y=159,2x+1500$	$y=306,61\ln(x)+2007,5$	$y=2080,9e^{0,0268x}$
R cuadrado		$R^2=-0,27$	$R^2=0,1328$	$R^2=0,0913$
Ecuación	Febrero	$y=107,82x+2000$	$y=199,45\ln(x)+2356$	$y=2345,9e^{0,0182x}$
R cuadrado		$R^2=-0,112$	$R^2=0,0497$	$R^2=0,0399$
Ecuación	Marzo	$y=92,6x+2000$	$y=132,04\ln(x)+2369,1$	$y=2331,4e^{0,0137x}$
R cuadrado		$R^2=-0,131$	$R^2=0,0272$	$R^2=0,0257$
Ecuación	Abril	$y=74,325x+2000$	$y=18,172\ln(x)+2409$	$y=2384,5e^{-4E-04x}$
R cuadrado		$R^2=-0,17$	$R^2=0,0005$	$R^2=2E-05$
Ecuación	Mayo	$y=118,64x+2000$	$y=73,302\ln(x)+2573$	$y=2000e^{0,048x}$
R cuadrado		$R^2=-0,265$	$R^2=0,0068$	$R^2=-0,331$
Ecuación	Junio	$y=97,797x+2200$	$y=164,09\ln(x)+2489,8$	$y=2441,9e^{0,0177x}$
R cuadrado		$R^2=-0,036$	$R^2=0,0313$	$R^2=0,0356$
Ecuación	Julio	$y=100,31x+2000$	$y=192,63\ln(x)+2263$	$y=2247,5e^{0,0212x}$
R cuadrado		$R^2=-0,052$	$R^2=0,0691$	$R^2=0,0624$
Ecuación	Agosto	$y=36,413x+2000$	$y=101,19\ln(x)+2248,7$	$y=2244,9e^{0,0097x}$
R cuadrado		$R^2=-0,0021$	$R^2=0,0254$	$R^2=0,0149$
Ecuación	Septiembre	$y=67,79x+2000$	$y=73,173\ln(x)+2294,9$	$y=2420,2e^{-0,005x}$
R cuadrado		$R^2=-0,235$	$R^2=0,015$	$R^2=0,0061$
Ecuación	Octubre	$y=49,443x+2000$	$y=20,805\ln(x)+2276,1$	$y=2412,7e^{-0,012x}$
R cuadrado		$R^2=-0,371$	$R^2=0,0023$	$R^2=0,043$
Ecuación	Noviembre	$y=56,35x+2000$	$y=0,3575\ln(x)+2329,4$	$y=2000e^{0,025x}$
R cuadrado		$R^2=-0,582$	$R^2=1E-06$	$R^2=-0,656$
Ecuación	Diciembre	$y=-27,979x+2500$	$y=-21,81\ln(x)+2388,3$	$y=2367,4e^{-0,005x}$
R cuadrado		$R^2=0,0008$	$R^2=0,0008$	$R^2=0,0038$

Fuente: elaborado por Manuela Rojas.

Como podemos observar en la tabla 2, Manuela realiza un análisis de los modelos de regresión lineal, logarítmica y exponencial de cada uno de los meses, podemos identificar que después de realizar el proceso de **estructuración** vuelve a la **matematización, interpretación y validación** del problema, en este caso determina que los modelos no están ajustados a los datos reales de cada mes, considera que los valores del coeficiente de determinación no son significativos para determinar un ajuste que basada en sus conocimientos pueda tolerar.

Figura 4. Modelos de regresión polinómica meses agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre.





Fuente: elaborado por Manuela Rojas.

En la figura 4 se muestran los resultados de los modelos de regresión polinómica que realiza Manuela para los meses de agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre, en este caso considera que los modelos si se ajustan de forma adecuada a los datos reales, como lo indica en el siguiente comentario:

El comportamiento del precio del lulo en agosto y en septiembre es similar, el ajuste que tiene la línea de tendencia polinómica en grado 6 en agosto es del 88 % y en septiembre es del 95 %.

Al igual que en agosto y en septiembre, las gráficas de octubre y noviembre son similares. No varía mucho el precio del lulo, se mantiene en un rango de \$2000 a \$2700.

El ajuste que tiene la tendencia polinómica en octubre es mayor que en noviembre, siendo del 95 % en octubre y de 69 % en noviembre.

Para diciembre presenta un valor de  $R^2$  de 0,96, es decir, una bondad de ajuste del 96 %.

También los realiza para los otros meses del año, considera que no se ajustan de forma adecuada, esta determinación la toma al interpretar el coeficiente de determinación, los modelos que para Manuela son significativos y relacionan la variable precio con el tiempo son:

**Tabla 3.** Resumen de modelos propuestos por la estudiante.

Mes	Modelo
Agosto	$y = -9,8939x^6 + 265,27x^5 - 2776,2x^4 + 14297x^3 - 37459x^2 + 46260x - 182260$
Septiembre	$y = -7,2481x^6 + 191,48x^5 - 19772,6x^4 + 9996,2x^3 - 25829x^2 + 31761x - 11996$
Octubre	$y = -1,7778x^6 + 45,8833x^5 - 463,54x^4 + 2327,1x^3 - 6054,9x^2 + 7763,8x - 1548,3$
Noviembre	$y = 0,0097x^6 - 1,1426x^5 + 15,809x^4 - 68,78x^3 + 52,638x^2 + 239,33x + 2000$
Diciembre	$y = 11,871x^6 + 330,94x^5 + 3612,5x^4 - 19,490x^3 + 53787x^2 - 70147x + 34968$

**Fuente:** elaborado por Manuela Rojas.

Los modelos que propone para describir el comportamiento del precio del lulo mes a mes, están enmarcados en modelos polinómicos de orden 6, en estos modelos identifica la variable precio en función del tiempo. El proceso de modelación termina con dos eventos, el primero es la **exposición** de los resultados a sus compañeros y docentes, esto permitió la **validación** del proceso de modelación, dado que en la exposición recibe felicitaciones, resaltando el tiempo y trabajo dedicado a este proceso, por lo tanto, la estudiante afianza y reafirma sus resultados, permite que redacte sus conclusiones y dé finalización a este proceso escolar de modelación matemática desde un problema real de su contexto.

Al inicio del artículo se menciona la realización del modelo matemático que se adapte a los precios, sin embargo, hasta este momento no se ha determinado un modelo matemático que se ajuste correctamente al comportamiento de los precios en conjunto. Se logró un modelo ajustado al 96% para los precios del mes de diciembre.

El coeficiente de determinación o R cuadrado es el valor que determina el ajuste de un modelo a la variable que pretende explicar. Entre más cercano a 1 sea, el modelo utilizado se ajusta más a la variable que se busca modelar.

Las variables que también se encuentran relacionadas con el precio de un producto agrícola no son tomadas en cuenta en este trabajo, así que los resultados no tienen eso presente. (Rojas, 2021)

En el cierre del proceso la estudiante aclara que sus objetivos iniciales no fueron cumplidos, argumenta por qué no se cumplieron, aclara que el modelo que más se ajusta es el del mes de diciembre e indica la existencia de otras variables determinantes para el precio del lulo, pero que no se tuvieron en cuenta.

## Discusión y conclusiones

Para el caso del proceso de modelación del precio del lulo desarrollado en la escuela, podemos resaltar la motivación de la estudiante durante todo el proceso, esta motivación es resultado de la articulación entre los contenidos escolares con su contexto, se evidencia que el nivel de profundidad de los contenidos está relacionado con su interés de ayudar a sus familiares para que puedan vender su producto a un buen precio; este resultado es coherente con las premisas realizadas por Olarte (2020), donde resalta, que el uso de problemáticas relacionadas

con el contexto de los estudiantes permite captar su motivación e interés, esta articulación permite que la estudiante desarrolle una perspectiva crítica sobre la venta de productos agrícolas en Colombia, identifica la venta de los productos agrícolas como un problema en el campo Colombiano, como ella lo indica, en ocasiones deben perder dinero en sus cosechas.

Lo anterior descrito, se encuentra sobre la línea de los resultados obtenidos por autores como Alvis Puentes, Aldana Bermudez, & Sepúlveda Delgado (2022) los cuales identifican que la construcción conjunta de ambientes de aprendizaje entre los estudiantes y el docente permiten que los estudiantes encuentren significado a su proceso de formación y la exploración de situaciones críticas logran la interacción reflexiva de los estudiantes y su contexto real.

Durante este proceso de modelación se logra identificar la forma como emergen determinados conceptos matemáticos, como el de promedio aritmético, variabilidad, curvas de tendencia, gráficos de dispersión, gráficos de curvas, variables dependientes e independientes, funciones, regresiones lineales, logarítmicas exponenciales, polinómicas, coeficiente de determinación, entre otros conceptos, este resultado es acorde con lo enunciado por Villa Ochoa (2007) donde indica que la modelación tiene una perspectiva educativa, perspectiva que se evidencia en el proceso de modelación, en el cual se resalta la forma como articula todos los contenidos escolares en función del contexto, cada uno de estos contenidos los interpreta a la luz del problema, logra trascender estos contenidos a la situación problemática a la que se está enfrentando.

Uno de los contenidos escolares que se resaltan durante el proceso, es la forma como emerge la relación entre las variables, en determinado momento identifica varias variables que intervienen en el precio del lulo, esto permite identificar un acercamiento al contenido



de relación funcional entre varias variables, aunque determina no tenerlos en cuenta, los identifica como variables independientes y relaciona la variable precio como dependiente de ellas, esta decisión de no tener en cuenta las múltiples variables se puede atribuir a que este concepto de función de varias variables se aborda en niveles de educación más avanzados, pero si identifica la variación del precio como una función que depende del tiempo, esto muestra que durante el proceso emerge el concepto de relación funcional de una variable.

En el proceso de modelación se logra identificar las etapas del ciclo de modelación propuesto por Blum (2009), se resalta la forma como durante este proceso se pasa de la estructuración, matematización, resolución, interpretación, validación y regresa de nuevo a la estructuración y matematización, esto se evidencia cuando realiza todo un proceso de modelación con los datos de todos los años y concluye que los modelos no describen bien su comportamiento, luego delimita el problema al análisis por meses, de igual forma se puede identificar que al momento de validar cada modelo, se regresa al momento de resolución; todo lo anterior nos indica que el ciclo es no lineal, como lo indica Blum(2009) es un proceso dinámico y flexible.

Podemos concluir que estos procesos de modelación en el aula, donde se logra captar el interés del estudiante, articular el contenido escolar con su contexto, identificar problemáticas reales y buscar su solución, son procesos que permiten la apropiación de contenidos escolares, el desarrollo de un pensamiento crítico y reflexivo del estudiante, además de generar dinámicas innovadoras de la escuela.

## Referencias

- Alvis Puentes, J. F., Aldana Bermudez, E., & Sepúlveda Delgado, O. (2022). Configuración de un ambiente de aprendizaje: Una mirada desde la educación matemática crítica. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, 15(1), 125-149.
- Blum, W., & Borroomeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling on Application*, 1(1), 45-58.
- Carabalí, M. C., Carabalí-Banguero, D. J., & Carabalí Caracas, E. A. (2018). Propuesta Agro-didáctica en la Enseñanza de la Bioestadística Mediada por TICs. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, 11(1), 87-100.
- Chatty, S. (1996). The Case Study Method for Research in Small-and Medium - Sized firms. *International Small Business*, 1(15), 73-85.
- Cordero, F., Villa-Ochoa, J. A., Rosa, M., Suárez-Tellez, L., Carranza, P., & Mendoza-Higuera, J. (2019). La Modelación Matemática Educativa, sus Métodos de Investigación y el Impacto Educativo en la Formación y Desarrollo de la Docencia de la Matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 539-547.
- Hillel J, C., Jeffrey M, M., & Kendrick M, S. (2010). From Biology to Mathematical Models and Back: Teaching Modeling to Biology Studentes and Biology to Math and Engineering Students. *CBE-Life Sciences Education*, 248-265.
- Jimenez Espinosa, A., & Gutierrez Sierra, A. (2017). Realidades Escolares en las Clases de Matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.
- Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M., & Garcia, J. (2007, August). Report from the CERME5 Working Group Modelling and Applications - Differentiating. *The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA*, 1(1), 6-10.
- Ley general de educación, C. (1994). Ley 115, artículo 30.
- Martinez, P. (2006). El Método de Estudio de Caso: Estrategia Metodológica de la Investigación Científica. *Pensamiento y Gestión*, 20, 165-193.

- Olarte Garcia, J. A. (2020). Homogenizar la Práctica de la Modelación, un Reto del Sistema Educativo Colombiano. *Educación*, 44(1), 1-24.
- Peña Murcia, N., & Jaramillo, L. G. (2008). *Investigación Cualitativa "La Complejidad"* (2 ed.). Armenia, Colombia: Kinesis.
- Ramirez Casallas, J. F. (2016). Campos de conocimiento científico y tipos de intereses. Fundamentación de matriz de trabajo que sirve como instrumento en la construcción de conocimiento crítico escolar en la escuela. *Educación y cultura*, 116.
- Rojas, M. (2021). *Modelación Matemática del Precio del Lulo*. Trabajo Final Profundización , Ibagué.
- Sepulveda, E., González-Gomez, D., & Villa-Ochoa, J. (2020). Analysis of a Mathematical Model. Opportunities For The Training of Food Engineering Students. *Mathematics*, 8, 2-16.
- Tobar, D. N., Carabalí-Banguero, D., & Bolnilla, D. S. (2020). La Huerta Escolar Como Estrategia En El Desarrollo de Competencias y el Pensamiento Científico. *Revista Interamericana De Investigación, Educación y Pedagogía*, 13(1), 101-112.
- Urinov, N. (2020). Mathematical Modeling: From The Classroom To The Real World. *Solid State Technology*, 63(2).
- Villa Ochoa, J. A. (2007, Diciembre ). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Revista Tecno-Lógica*(19), 64-85.

