

MÁS ALLÁ DE LAS CUENTAS 1: PROCESOS Y ESTRUCTURAS ADITIVAS

Teresita Bernal Romero¹

RESUMEN

Más allá de las cuentas 1 se constituye como un proyecto de investigación de la Facultad de Psicología de la Universidad Santo Tomás, que pretende construir versiones sobre cómo operan los procesos de razonamiento, creatividad y metacognición en niños de segundo grado ante la resolución de problemas de estructura aditiva.

En la aplicación participan 64 niños de segundo grado de cinco colegios de Bogotá. Los criterios de selección frente a los niños son habilidades comunicativas y logros en el área de matemáticas; frente a los colegios son la heterogeneidad y la disponibilidad.

La investigación es de tipo cualitativo y el método PEVA (método de pensar en voz alta). Como estrategias de recolección de información se usan el protocolo de aplicación PEVA y la entrevista semi-estructurada; en el análisis de la información se usan análisis de contenido de tipo categorial.

En los resultados se puede observar cómo los protagonistas priorizan el razonamiento deductivo. En cuanto a creatividad, se mantiene la estrategia de resolución de problemas enseñada por el

¹ Investigadora principal. Coordinadora del Centro de Investigaciones de la Facultad de Psicología de la Universidad Santo Tomás. Investigadora en Pensamiento Matemático. Email: lourde578@hotmail.com.

Asesores de investigación: Psicólogo William Mantilla y Claudia Salazar, Especialista en Educación Matemática.

Asistentes de investigación: Psicólogas Ximena Ramírez, Ángela Gaitán, Ximena Figueroa y Sandra Triana. Auxiliares de investigación: Psicólogas Carolina Uribe, Paola González, Mónica Marín, Adriana Moreno, Margie López Angélica Acevedo, Emilce Mendoza y Luisa Fernanda Bermejo.

maestro. Frente a la metacognición, se observa cómo los niños supervisan las acciones que tienen que ver con la ejecución del algoritmo de la suma.

Palabras clave

Metacognición, estructura aditiva, razonamiento, creatividad.

ABSTRACT

I, this constitutes an investigative project of the faculty of psychology of the Universidad Santo Tomás, which pretends to construct versions of how the processes of reasoning, creativity and metacognition work, in second grade children having to do with problems of additive structure.

64 second grade children from 5 schools in the city of Bogotá participated in the application. The criteria of selection of the children are communicative abilities and achievements in the area of mathematics; regarding the schools the criteria are heterogeneousness and availability.

The investigation is of the qualitative type and the method is PEVA (method of thinking out loud). As strategies for collection of information we use the protocol of PEVA application, and the semi-structured interview; in the analysis of the information we use the analysis of categorical content.

In the results we can observe how the protagonists prioritize deductive reasoning. Regarding creativity we maintain the strategy of problem resolution taught by the teacher. Regarding metacognition it is observed how the children supervise the actions that have to do with the execution of the algorithm of the sum.

Key words

Reasoning, creativity, metacognition, additive structure.

1. Introducción y problema de investigación

En la actualidad, los procesos pedagógicos relacionados con la «enseñanza-aprendizaje»² y la construcción de las matemáticas en el aula son estudiados por una disciplina llamada educación matemática o matemática educativa.

La educación matemática pretende, de alguna manera, dar cuenta entre muchos otros aspectos,

del cómo los niños pueden desarrollar o acercarse a lo que se ha denominado el **pensamiento matemático**; entendido éste como esa capacidad de formular y resolver problemas desde la gramática básica de la disciplina (la matemática de punta).

Frente a este propósito se ha invitado a la psicología, como saber especializado en el estudio de los procesos psíquicos y/o mentales, a que describa y comprenda los procesos cognitivos que

² Los términos enseñanza y aprendizaje en este documento son citados entre comillas, pues más que insistirnos en el debate de qué se enseña o qué se aprende nos ubicamos en el campo desde donde se considera que los sujetos más que enseñar o aprender construyen conocimientos. Esto no quiere decir que el niño invente el edificio matemático, sino que lo descubre progresivamente.

entran en juego en la formulación y la resolución de un problema matemático.

Conclusiones de estudios desde la psicología, como los de Schubauer, M., Anne L. y Clermont (citados por Mugny, G. y Pérez, J. 1988) plantean la importancia de generar investigaciones sobre las categorías de pensamiento del estudiante.

Por otra parte, según Nickerson, R y Perkins, en la solución de problemas y en la «enseñanza» de habilidades de resolución de éstos, los procesos más relevantes son el razonamiento, la creatividad y la metacognición.

Consideramos que estos tres procesos se ven involucrados cuando una persona se enfrenta a un problema matemático. Por ejemplo, ante determinado problema, el resolutor, desde su saber matemático, tiene que establecer relaciones y saber por qué las establece (razonamiento), pero eso no es suficiente; tiene también que ser capaz de generar alternativas de solución posiblemente nuevas para él (creatividad) y, además, debe tener la habilidad de saber cuándo usar una información que ya posee (metacognición).

En cuanto a la metacognición, estudios como el de Rohwer 1984 plantean la importancia de este proceso en el rendimiento académico. Mialaret, G. en su artículo explica cómo los estudiantes son capaces de resolver problemas sin poder explicar las razones de la forma de proceder: «*en efecto, la posibilidad de un volver sobre sí mismo supone un cierto nivel de evolución psicológica*». Igualmente, reconoce que el estudiar matemáticas es esencialmente aprender a razonar y a habituarse a tomar conciencia del propio razonamiento.

Estos procesos parecen obvios en un matemático o un experto en este saber; sin embargo, cuando

nos acercamos al aula, de acuerdo con las diferentes evaluaciones que se han realizado sobre competencias matemáticas en los niños³, pareciera que los estudiantes tienen algunas dificultades en el acercamiento a los objetos matemáticos y mucho más en su descubrimiento/construcción. Si bien no podemos atribuirle toda la responsabilidad a los procesos mencionados anteriormente, si es fundamental estudiarlos, en la medida que son indispensables en la creación de las estructuras relacionadas con el pensamiento matemático; tarea fundamental de las matemáticas en la escuela.

Por otra parte, Orozco M., A. (1997), en un comentario que realiza sobre el artículo: «Razonamiento lógico matemático en contextos culturales», escrito por Analucía Schieldmann, comenta:

«En general, el análisis objetivo revela la dificultad real de la tarea para el sujeto que la resuelve... El análisis subjetivo igualmente exige diferenciar los procedimientos ideales, «la manera como un sujeto ideal resuelve la tarea» (Pascual-Leone, 1995), de las estrategias o procedimientos que los sujetos reales utilizan para resolverla. Quisiera señalar que el modelo de Vergnaud (1983) del operador escalar y funcional describe el sujeto ideal, pero no describe los sujetos reales» (1997, p. 22).

Este tipo de afirmaciones en alguna forma están planteando o cómo se ha investigado la forma en que los «grandes matemáticos» formulan y resuelven problemas y/o cómo se han generado modelos teóricos sobre la formulación y resolución de problemas en matemáticas; sin embargo, pareciera importante empezar a revisar en la cotidianidad cómo se resuelven problemas relacionados con las matemáticas.

3 Revisar pruebas TIMS y resultados del programa de evaluación de la educación básica del Ministerio de Educación de Colombia. Se referencian algunos de sus resultados en la justificación de este proyecto.

Frente a la creatividad, en un recorrido que realiza Romo, M. (1997), se evidencia como para comprender este proceso se han realizado diferentes estudios desde la psicología, la antropología y otras disciplinas. En este recorrido, en donde Romo revisa autores como Freud, Hadmard y Gruber, entre otros, se observa que los investigadores para llegar a conclusiones revisan biografías de artistas o científicos «geniales». Es decir, se realizan estudios sobre sujetos «ideales». En este mismo recorrido la autora cita a Margaret Boden, quien diferencia entre dos tipos de creatividad, la personal y la histórica. Podríamos afirmar que los estudios en este campo se han dedicado más a revisar la creatividad histórica, tratando de establecer qué hace que estos sujetos generen productos creativos. Desde este planteamiento; entonces pareciera interesante realizar una investigación sobre los procesos de razonamiento, metacognición y creatividad en sujetos «reales».

Resnick (citado por Orozco, 1997) realiza estudios sobre la estructura multiplicativa en sujetos de diferentes edades, tratando en alguna forma de estudiar los llamados «sujetos reales». Esta experiencia nos acerca de alguna forma a la investigación sobre lo cotidiano; además, en los resultados de su investigación afirma que para resolver situaciones de carácter multiplicativo los sujetos de diferentes edades las relacionan con el carácter aditivo, planteando la siguiente hipótesis:

«Los únicos conceptos fáciles de adquirir y que parece se adquieren universalmente son los basados en la composición aditiva» (1996, p.189) Éste es un supuesto que este tipo de investigación debería confirmar (Orozco, M. 1997, p. 22).

La autora desde los hallazgos de Resnick hace un llamado sobre el estudio de la composición aditiva. Las estructuras aditivas parecieran que son unas de las más usadas en la cotidianidad y al

igual pareciera que son una de las estructuras básicas de las cuales “depende” el desarrollo de otras; por lo cual este proyecto se ha centrado en el uso de los procesos de razonamiento, metacognición y creatividad en problemas relacionados con estructuras aditivas.

Según Vergnaud, G. el campo conceptual de las estructuras aditivas es el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, además de los conceptos necesarios para desarrollar tareas relacionadas con estas situaciones. El mismo autor, a partir de esta definición, plantea seis tipos de estructuras teniendo en cuenta los estados fijos o de medida, los estados relativos o comparaciones y las transformaciones de una manera ideal.

Teniendo en cuenta las reflexiones anteriores, desde esta investigación se trabaja con las estructuras que hacen referencia a adiciones en números naturales, con una operación, lo que nos da un total de tres estructuras aditivas: la suma de dos estados fijos, la actuación de una transformación sobre un estado fijo y la suma de transformaciones.

Así, desde estas formulaciones y otras que no aparecen en este texto, nos formulamos la pregunta: ¿cómo operan los procesos de creatividad, razonamiento y metacognición en la resolución de problemas relacionados con estructuras aditivas de suma en los niños de segundo grado?

2. Marco de referencia

La educación matemática o matemática educativa, según Moreno, L., se constituye mediante la interacción continua del conocimiento matemático con el sistema educativo. Desde esta perspectiva, su objeto de estudio no son los objetos matemáticos, sino las construcciones pedagógicas que se hacen al rededor de ellos; es decir, la continua interacción entre docentes, estudiantes,

currículo, didáctica y textos escolares, entre otros. En otras palabras, la educación matemática estudia lo que llamamos la matemática escolar.

Shumway (1980, citado por Flores, A.) plantea que la matemática educativa, en la medida que se ha ido constituyendo como disciplina, ha configurado distintos campos de investigación, como el currículo, procesos de enseñanza y/o aprendizaje y la formación de profesores, entre otros. Algunos autores mencionan como campo de investigación, además, la transposición didáctica.

Para dar cuenta de estos campos, la matemática educativa se ha valido de diferentes disciplinas. Según, Higginson (citado por Bonilla, E. 1989), para definir la educación matemática se puede usar la metáfora del tetraedro; cada una de las cuatro caras corresponde a una disciplina distinta: matemáticas, filosofía, psicología y sociología.

Este proyecto de investigación pretende, desde las conceptualizaciones de la psicología, brindar algunos referentes que permitan a las personas relacionadas con este ámbito comprender cómo los niños desde tres procesos fundamentales se acercan a la resolución de problemas aditivos.

Frente a la resolución de problemas matemáticos, Borassi plantea:

«Resolver problemas implica competencias cognitivas de orden superior, de aprendizaje lento, interconectadas de forma compleja entre ellas. La resolución de problemas no se refiere a problemas ya perfectamente formulados en contextos muy precisos, implica la exploración del contexto mas allá de lo que explicita el enunciado, creación de formulaciones alternativas o la interpretación y clarificación de la situación que se proporciona. Surge asociada a actividades como la exploración de los contextos y la formulación de problemas, hacien-

do emergente la noción de situación problémica» (1986).

Desde estos planteamientos, entonces resolver un problema es mucho más que encontrar una respuesta, implica por lo menos el no saber la respuesta de manera inmediata, el reto de enfrentarse a la tarea, comprenderla, crear un plan de acción o varios, aplicar los planes y evaluarlos. La solución es tan sólo un resultado de un sinnúmero de procesos que se atraviesan en el gran proceso de resolución de problemas matemáticos. Por ello, en esta investigación nos interesamos no sólo por la respuesta que el niño elicite ante los tres problemas planteados, sino los procesos cognitivos por los cuales llega a ella.

En cuanto al proceso de razonamiento, Rico, L. (1995) lo plantea como la capacidad para establecer nuevas relaciones entre unidades de información, estas nuevas relaciones manifiestan y/o constituyen un concepto y se expresan mediante una secuencia argumentada.

A partir de este autor consideramos el razonamiento como un proceso que se caracteriza por el establecimiento de relaciones entre elementos, hechos u objetos matemáticos, en este caso, y el establecimiento de inferencias o juicios. Las definiciones resaltan el concepto de argumentación; al parecer, éste se constituye como un eje fundamental del razonamiento, e inclusive como un producto de tal.

Por otra parte, Nickerson y colaboradores proponen dos tipos de razonamiento, deductivo e inductivo, asociándolo con la inferencia. Frente al **razonamiento deductivo** plantean que en éste se hace uso de la lógica deductiva. Esta lógica, sabemos parte de unos principios generales, a través de los cuales y de diferentes relaciones se puede llegar a conclusiones específicas; es decir, se puede inferir algo muy concreto.

Ya frente al **razonamiento inductivo**, los autores plantean que éste se caracteriza por partir de una hipótesis específica en nuestra cotidianidad, de la cual pasamos a hacer generalizaciones; es decir, inferimos premisas de orden superior. En él deben existir por lo menos tres componentes: toma de una muestra, relación de la muestra con la hipótesis y establecimiento de hipótesis nuevas.

Pierce, 1878, (citado por Santamaría, 1997) nos introduce al **razonamiento abductivo**, planteando que en éste se relaciona tanto la inducción como la deducción; al respecto explica:

“En la deducción se obtiene el resultado a partir de la regla y el caso. En la inducción inferimos la regla de la combinación de caso y resultado. Por último, en la abducción se extrae el caso de la regla y el resultado”.

Otro de los procesos fundamentales en la formulación y resolución de problemas es la creatividad; puesto que formular problemas y aun resolverlos implica, en la mayoría de los casos, generar, por lo menos, estrategias y alternativas de solución que no necesariamente han sido mecanizadas por el resolutor. Es importante aclarar que en el caso de los niños no es que ellos vayan a inventar nuevas estrategias frente a la matemática de punta, pero sí posiblemente cuando un niño ha empezado a construir su pensamiento matemático puede, al enfrentarse a un problema, generar formas de solucionarlo y planes de acción que tal vez no hayan sido enseñados como tal en el aula, que sean novedosos para él.

La creatividad se ha asociado comúnmente con la generación de productos novedosos; en esta investigación se revisa la innovación en los posibles esquemas que el niño ha usado para resolver problemas. Sin embargo, no es suficiente que estos productos sean novedosos, sino que además sean adecuados al contexto de donde son o para los que son producidos. Esto quiere decir que

un niño puede producir una estrategia muy interesante y novedosa para él para resolver un problema; pero si esta estrategia no tiene cabida dentro de la lógica de las matemáticas o dentro de la lógica del problema planteado, no podrá considerarse como un producto creativo.

González, C. plantea que un producto creativo difiere en su naturaleza, de acuerdo a si es materializado como objeto, sistema, método o acción. Es decir, la creatividad puede ser “vista” en un objeto matemático nuevo, en un sistema simbólico diferente, en una forma de resolver el problema o en las mismas acciones que tiene que realizar el resolutor para resolver el problema.

De acuerdo con estas reflexiones, podemos considerar la siguiente definición de creatividad para este proyecto:

«La creatividad es ese conjunto de capacidades y disposiciones que hacen que una persona produzca con frecuencia productos creativos» (Nickerson, R; Perkins, D. y Smith, E. P. 110).

La metacognición es otro de los procesos fundamentales en la formulación y resolución de problemas matemáticos, porque permite en alguna forma la aplicación y el uso de la información que se tiene en el momento adecuado, además de facilitar el dar cuenta de los procesos a través de los cuales se llegó a la solución.

Como su nombre lo dice, implica un conocimiento sobre el conocimiento. Es decir, requiere además de saber ciertos conocimientos, saber cómo se saben y tener un conocimiento sobre lo que se sabe. Lester y Garofalo, 1985 (citados por Raymond y col.), al respecto plantean; *«la metacognición es el conocimiento que las personas tienen de su propio conocimiento y la forma en que las personas regulan sus propios procesos cognitivos»*. Desde esta definición, la metacognición, entonces, incluye el conocimiento

to de las capacidades y limitaciones de los procesos de pensamiento de lo que puede esperarse de los individuos en cuanto conocedores y pensadores.

Este concepto ya aplicado en un contexto educativo, según Dorado, C. (2000) hace referencia a la capacidad que se tiene de autorregular el propio aprendizaje, de tomar conciencia del funcionamiento de nuestra manera de aprender y comprender los factores que explican los resultados de cierta actividad. En alguna forma, entonces, podríamos pensar que este proceso hace referencia a esa posibilidad del sujeto de supervisar, planificar, regular y evaluar los propios procesos de aprendizaje. Nosotros lo relacionamos con preguntas como: ¿qué sé de matemáticas?, ¿cómo he aprendido lo que sé de matemáticas?, ¿cómo sé qué estrategia debo usar para resolver cierto problema?, ¿cómo sé que el resultado que he obtenido es el correcto?

Como hemos explicado anteriormente, estos tres procesos se van a observar en cuanto a las estructuras aditivas. Las estructuras aditivas formalizan ciertas operaciones que son propias del pensamiento natural, como por ejemplo clasificar, seriar y conservar, entre otras. Dentro de esta estructura, Castorina, J. y Palau, G. (1981) plantean el agrupamiento aditivo de clases primarias:

“Un agrupamiento aditivo de clases primarias es un sistema $\langle U, o, -, \rangle$, donde U es un conjunto finito cuyos elementos son ahora clases A, B, C ; la operación “ o ” designa la unión o adición de clases (+); la operación “ $-$ ” es la sustracción o diferencias entre clases (operación inversa) y, por último, la relación de orden parcial “ $>$ ” designa la inclusión entre clases” (1981, p. 45).

Ya específicamente sobre estructuras aditivas y números naturales, Vergnaud propone diferentes estructuras, que si bien hacen referencia a las estructuras matemáticas, el autor reconoce que

implican procesos en quien se enfrenta a ellas. Sin embargo, para hablar de estas estructuras es necesario mencionar la definición que realiza este mismo autor sobre campo conceptual.

“Campo conceptual es un espacio de problemas o situaciones problemas, cuyo tratamiento implica conceptos y procedimientos de diversos tipos en estrecha relación” (<http://factus.matuson.mx/clasesproblemas992/glosario.htm>)

Esta definición es fundamental, pues ya nos ubica en un ámbito específico; es decir, cuando hablamos de estructuras aditivas es necesario referirnos al campo de donde pueden emerger problemas relacionados con éstas. Este campo se caracterizaría, según Vergnaud, G., por contener un conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, además agrega a esto, que implica también el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas.

3. Diseño metodológico

3.1 Método

Para cumplir con los propósitos planteados, proponemos el método PEVA o The Kind Aloud Method. Este método tiene su origen en la investigación psicológica basada en la introspección y está basado en la observación de acciones. Sin embargo, es importante mencionar que actualmente el PEVA se aparta de las posturas de la introspección, planteando que el método tiene como objeto de estudio los procesos de verbalización y no los procesos del consciente, como es en el caso de la introspección.

“En los estudios de cognición, los protocolos verbales son usados porque son considerados como datos “puros” de los procesos cognitivos. Por tanto, éstos deben ser

interpretados y analizados substancialmente y así evaluar las implicaciones que tienen éstos en las teorías de procesos de solución de problemas”.

El método consiste en recoger protocolos de pensamiento en voz alta (colleting) y analizar el protocolo para obtener el modelo de proceso cognitivo que tiene lugar en la solución del problema planteado o para probar la validez de algún modelo de una teoría psicológica.

3.2 Protagonistas de la investigación

La investigación se realiza en cinco colegios de Bogotá, seleccionados de acuerdo con el criterio de heterogeneidad, ante lo cual consideramos como factores fundamentales lo oficial y lo privado, los estratos que atiende según criterio del

DANE (Departamento Nacional de Estadística) y la ubicación geográfica. Además, trabajamos bajo el criterio de disponibilidad de los colegios, es decir que las instituciones educativas estén en disposición de participar en el proceso.

En cada colegio se selecciona el 20% de niños de segundo grado. Estos niños son seleccionados en conjunto con el maestro bajo los criterios de facilidad para comunicar y buenos logros en matemáticas. El primer criterio pretende el asegurar que los investigadores no realicen inferencias sobre los procesos, debidos posiblemente a dificultades en la comunicación y no en éstos, y el buen rendimiento en matemáticas, implica el retomar un grupo desde el cual se puedan brindar resultados desde el recurso más que desde el déficit.

A partir de estos criterios, los colegios seleccionados son los siguientes.

Colegio	Tipo	Estratos	Ubicación	No. niños seleccionados
Americano	Privado	4 y 5	Chapinero	15
Ciudad Montreal	Oficial	2 y 3	Ciudad Bolívar	10
Gimnasio Pascal	Privado	4 y 5	Suba	10
Unidad Básica Gabriel García Márquez	Oficial	1 y 2	Cazucá	14
Rosario de Santo Domingo	Privado	5 y 6	Chapinero Alto	15

3.3 Estrategias y técnicas de investigación

3.3.1 Estrategias de recolección de la información

- *Protocolos de aplicación PEVA:* esta estrategia implica la presentación de tres problemas de diferente estructura a cada uno de los niños de forma individual. Frente a cada problema, el niño tendrá que verbalizar todo lo

que piensa ante la resolución de la situación problema; estas verbalizaciones son grabadas en audio y luego transcritas para su posterior análisis.

Los problemas, teniendo en cuenta las conceptualizaciones de Vergnaud, son los siguientes:

- Estructura 1: estado fijo + estado fijo= estado fijo.

Pablo tiene 28 láminas de pokemón en su morral y 45 en la mesa. ¿Cuántas láminas de pokemón tiene Pablo? ¿Qué sucedió?

- Estructura 2: estado fijo + transformación = estado fijo.

Camila tenía 56 tazos antes de empezar a jugar. Ganó 29 tazos. ¿Cuántos tazos tiene ahora Camila? ¿Qué sucedió con Camila en el juego?

- Estructura 3= transformación + transformación = transformación.

Juan jugó el lunes y el martes en las maquinitas. El lunes ganó 170 puntos, el martes ganó 250 puntos. ¿Cuántos puntos en total obtuvo Juan? ¿Qué sucedió con Juan en el juego?

- *Las entrevistas:* aplicamos dos formatos de entrevista semiestructurada. El primero a los niños tratando de dilucidar algunos factores relacionados con los procesos cognitivos que pudieron no haber quedado explícitos en el protocolo. Y el segundo se aplica a los maestros para identificar el tipo de estructura y la forma que trabajan en el aula.

3.3.2 Estrategia de análisis de Información

- *Análisis de contenido de tipo categorial:* este se lleva a cabo a partir de dos técnicas: la codificación y el vaciado en matrices. La primera nos permite construir las categorías y códigos para realizar el proceso de sistematización de la información. El vaciado en matrices implica la re-organización de la información y un primer nivel de análisis de la misma.

3.4 Etapas del proceso investigativo

Para el desarrollo de esta investigación, hemos construido un procedimiento conformado por las siguientes etapas:

- Etapa I. Construcción del problema de investigación: constitución del proyecto.
- Etapa II. Aplicación: protocolos de aplicación PEVA y entrevistas semiestructuradas.
- Etapa III. Sistematización de la información: análisis de contenido de tipo categorial.
- Etapa IV. Construcción de informes y socialización de la información: discusión de la información, validación y socialización de ésta.

4. Avance de resultados

4.1 Razonamiento

Frente a la capacidad de los niños para relacionar y asociar elementos de la situación problema para obtener conclusiones, encontramos una tendencia al uso de razonamiento deductivo independientemente de la estructura ante la cual se enfrentan. Este razonamiento se caracteriza en los protagonistas por partir de una información general (regla), luego identifican lo que les exige la situación (caso) para llegar a una conclusión (resultado), como se observa en el registro de María⁴:

«Tengo que hacer una suma (regla), $45+18$ (caso: datos arrojados por la situación problema) $8+5$ es 13 y $4+1$ es 5 y uno que venía es 6 . Tiene 63 láminas de pokemón en total (resultado)».

4 Se usan seudónimos con motivo de la publicación.

El razonamiento inductivo es menos usado y emerge más ante las preguntas del entrevistador que ante la aplicación del PEVA. Tal vez por la estructura sintáctica de los problemas en que se plantea una situación y luego la pregunta sobre el resultado y sobre el proceso; sería interesante revisar qué pasa ante las mismas estructuras, pero con diferente estructura sintáctica. Un ejemplo de razonamiento inductivo nos lo brinda Carlos:

«Entrevistador: *¿cómo hiciste para saber que este problema se debía resolver con esta operación?*

Carlos: *porque tenía 18 láminas en el morral y 45 en la mesa, o sea 63 láminas, porque la pregunta es cuántos tiene en total, eso es una suma».*

Como observamos en la anterior verbalización, Carlos parte de una información particular arrojada por la situación problema (*número de láminas*), saca una conclusión (*son 63 láminas*) y luego llega a la regla (*eso es una suma*). Posiblemente este tipo de razonamientos se presenta más durante la entrevista, porque, después de resuelto el problema, el niño puede centrarse más en el caso particular (situación problema) que en la forma de resolverlo.

En cuanto el razonamiento abductivo, observamos sólo algunos esbozos de él en niños que tejían una historia frente al problema; sin embargo, la posibilidad de hipotetizar y conjeturar que caracteriza este tipo de razonamiento no se observa como tal; posiblemente la hipotetización aparece en otras etapas del desarrollo en las que se han trascendido las operaciones concretas.

4.2 Creatividad

Encontramos que los niños solucionan el problema de la forma que la maestra lo ha enseñado.

Así, ante la pregunta por la existencia de otras formas de resolverlo, algunos niños no enuncian otras posibilidades. Al parecer esta tendencia la podemos relacionar con la capacidad creativa presente en los niños de realizar asociaciones remotas, es decir, esa capacidad de recuperar información del pasado y asociarla con la situación problema a resolver como en los ejemplos expuestos a continuación:

«Siempre nos han enseñado que para dar una respuesta, o sea cuántas láminas, dulces o algo así, se tiene que hacer una suma para dar un resultado» (Rodrigo).

«Es que primero se suma con las ... con las unidades, 5 más 8, 13, 3 y llevo 1 acá al 2, éste queda convertido en 3, y 3 más 4 5, queda 53 el resultado ese, como a mí me han enseñado, que primero por las unidades y es sumando, pero si queda 12 a 1 se le suma a la decena o a la centena y después... y si no queda, pues no se la sumamos y primero por las unidades, es 5 más 8 3... 13 pero le damos y queda convertido en 3, y éste en.. y éste quedó 4, pero como... pero como era, como yo... en estos problemas yo hice las unidades sobre las decenas si éste es 3 más 4 más 4, .. ah, este lo hice mal acá era 7» (Angélica).

Este tipo de afirmaciones frecuentes en los niños ubican al maestro en una situación privilegiada en la que «lo que él enseña es»; igualmente nos da herramientas para pensar que es necesario trabajar más en la fluidez ideacional; es decir, en la capacidad creativa de producir gran cantidad de ideas diferentes ante una situación problema. Observemos la verbalización de Paola al respecto:

«Entrevistador: *¿resolviste el problema de una manera diferente a la que te han enseñado?*

-Paola: *No. Casi siempre la profe nos pone problemas y nos dice que hagamos la suma, la multiplicación o lo que creamos que sea.*

-Entrevistador: *¿crees que hay otra forma de resolverlo?*

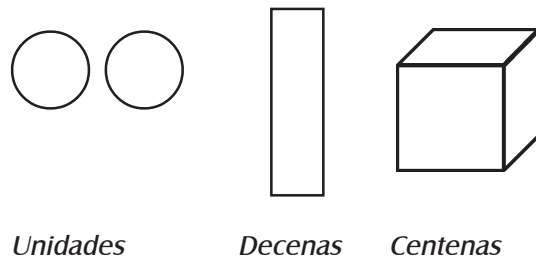
-Paola: *No, porque multiplicar no creo, daría un número muy grande».*

Además, como se observa en este texto, la posibilidad de tener varias formas de resolver el problema está dada por el cambio de operación, más que porque haya diferentes formas de operar o de sumar. Esta tendencia nos puede hacer pensar en cómo los niños han introyectado el algoritmo de la suma; convirtiéndose en la mejor forma de enfrentarse a una situación problema que lo implique. Como lo plantea Romero J.:

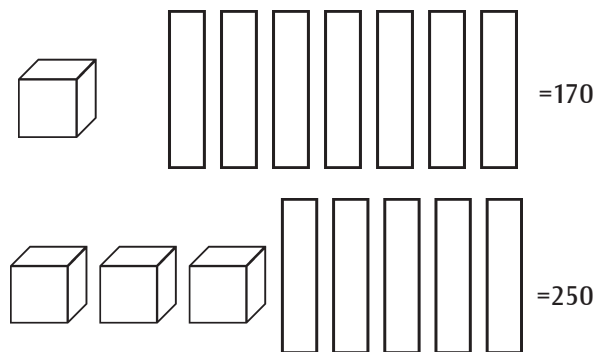
“Cuando un sujeto aprende a aplicar un esquema a una colección más amplia de fenómenos, decimos que ese esquema se ha generalizado. Esto puede ocurrir porque el sujeto se vuelve consciente de la más amplia aplicabilidad del esquema” (Tercer Congreso de Educación Matemática-Asocolme).

Algunos niños utilizan la estrategia creativa de transformaciones; es decir, representan los problemas o los datos de éstos de otra forma, facilitándoles la resolución, como en el caso de Estefanía: *«Pues aquí es ocho, pues tengo aquí cinco palitos y los voy tachando uno, dos, tres, cuatro, cinco...»*. Igualmente observamos que algunos niños intentan resolver el problema contando con los dedos; sin embargo, éstos eran escondidos debajo del escritorio.

Otra de las opciones fue la agrupación y diagramación de acuerdo con el valor posicional, donde las unidades se representan con cuadros o bolitas, las decenas con una barrita dividida en 10 y las centenas por un cubo, así:



Por ejemplo, Diego graficó el resultado, 420, del problema de estructura aditiva tres, dibujando las cifras correspondientes a los dos estados planteados en la situación problema así: *«Juan jugó el lunes y el martes en las maquinitas. El lunes ganó 170 puntos, el martes ganó 250 puntos»*.



Frente al estilo cognitivo relacionado con la creatividad, observamos cómo algunos de los protagonistas tratan de penetrar y comprender la situación problema, luego establecen la operación que van a realizar, operan y llegan al resultado ejecutando correctamente el algoritmo de la suma:

«(el niño vuelve a leer el problema)... Bueno, cuántos en total obtuvo Juan, pues fácil porque es que tenía 250 y eso tocaba que sumar... digo tenía 170 y tenía que sumarlo con lo que ganó el martes...» (Manuel).

4.3 Metacognición

Frente a este proceso, encontramos que los protagonistas detectan el problema; es decir, identifican si lo planteado en la situación problema es conocido por ellos y luego plantean la acción coherente con lo planteado, como lo verbaliza Jéssica:

«Pablo tiene veintiocho láminas de pokemón en su morral y cuarenta y cinco en la mesa. ¿Cuántas láminas de pokemón tiene Pablo? ¿Qué sucedió? (se queda en silencio) ¿Cómo hago? (vuelve y lee)... Es una suma. ¿Sumar los dos números? Debo sumar 28 y 45 (sonríe y realiza la suma por escrito sin cometer errores)».

Encontramos también que los niños ante la situación investigativa presentan gran concentración e interés por resolverla, como nos lo mostró el comportamiento no verbal de Jéssica.

Los niños que supervisan sus acciones, lo realizan más durante el proceso de la entrevista que en la aplicación del PEVA, ayudados un poco por las preguntas del entrevistador, y generalmente esta supervisión se realiza sobre la aplicación del algoritmo, como lo hace Daniel: *«79 más 6..85; no espérate, 75; no 85. En total tiene 85.»* O Sebastián: *«Eh 320, ah no 300... ah no no era; así (lo realiza todo mentalmente, eh sume..... si 420)».*

Otros niños, como Carlos, tratan de supervisar sus acciones contrastando con la información brindada por la situación problema: *«... 56 más 29, 6 más 9 15 llevo 1, 78 listo, 85, ¿Que sucedió con Camila en el juego? Que ganó 29 tazos, contra un compañero».* Este tipo de supervisión permite además corregir el algoritmo y revisar el resultado en cuanto a la pertinencia con la situación problema planteada.

Finalmente, nos parece importante anotar cómo en los razonamientos y en los procesos meta-

cognitivos los protagonistas acuden a palabras claves planteadas en la situación problema para determinar el tipo de operación a usar. Vemos a continuación el caso de Camilo, quien durante la entrevista, ante la pregunta *¿cómo hiciste para saber que se resolvía con una suma?*, contestó: *“Porque decía puntos el martes ganó, ganó puntos, entonces una suma”*

El ejemplo anterior nos permite corroborar la importancia que las palabras claves tienen para los niños durante el procesos de resolución de la situación problema. Transformándose éstas, tal vez, en facilitadoras del proceso, aunque en Alejandro la palabra lo llevó a que debía realizar una resta:

“Entrevistador: ¿Y cómo sabías que tenías que hacer una resta?”

Alejandro: Porque acá decía Camila tiene 56 tazos antes de empezar a jugar, ganó 29, ¿cuántos tazos tiene ahora Camila? 33 porque era quitando.

¿Qué del problema te dice que es quitando..... porque decía Camila tiene 56 tazos antes de empezar a jugar 29, ¿cuántos tazos tiene ahora Camila?...

5. Algunas consideraciones finales

Una primera reflexión es que no encontramos diferencias cuantitativas entre los diferentes tipos de colegios. El mito sobre las diferencias entre lo oficial y lo privado y entre los diferentes estratos se constituye como tal: un mito. Inclusive observamos cómo los niños de colegios oficiales tenían que concentrarse y lo lograron en situaciones ambientales de contaminación auditiva e inclusive de interrupciones durante el proceso.

En cuanto al razonamiento, podemos decir que los niños, a partir de las estructuras trabajadas y al planteamiento de la situación problema, evi-

denciaron dos «esbozos» de tipos de razonamiento: deductivo e inductivo.

De tal modo, se confirma que el niño al razonar tiene la posibilidad de identificar los requerimientos y el caso de la situación para así llegar a conclusiones que servirán de base en eventos futuros, es decir que la estructura, redacción y forma de los problemas enseñados empiezan a dejar pistas que conducen al niño a respuestas mecánicas dadas por asociación (creatividad); por ejemplo, las palabras ganar, obtener y total son indicadores y reafirmadores de la operación que hay que realizar cuando éstas hacen parte de los enunciados.

El proceso de creatividad sólo se evidenció en algunas categorías, tales como asociaciones remotas, analogías (pocos niños), lluvia de ideas (pocos niños), transformaciones (pocos niños), someter a análisis (pocos niños), penetrar y comprender la situación (pocos niños), pensar en términos contrapuestos (pocos niños), originalidad (ninguno), compromiso (la mayoría de los niños), realimentación (pocos niños), sin embargo, dentro de la aplicación no se dio cuenta de la creatividad como lo habíamos tomado desde un principio, como la generación de productos creativos, innovadores y novedosos que sean pertinentes y adecuados para resolver las situaciones problema; no se evidenció, ya que todos los niños resolvían los problemas como se los había enseñado la maestra, sin generar nuevas posibilidades para llegar al resultado, sino que eran la repetición de la aplicación de los procesos y procedimientos aprendidos en el aula.

La metacognición es un proceso que se hizo evidente ya que la mayoría de los niños fueron capaces de ser conscientes mediante el lenguaje de los procesos y procedimientos que estaban llevando a cabo para resolver la situación problema. Algunos de los procesos observados fueron su-

pervisión, detección de problema, diseño y ejecución de estrategias y relacionar información.

En cuanto a las tres categorías de funcionamiento adecuado en los procesos metacognitivos (supervisión, regulación y control y conocimiento del conocimiento) es posible hablar de una relación existente entre detección del problema y diseño y ejecución de estrategias, atravesadas éstas a la vez por el componente coherencia. Esta relación planteada, probablemente da cuenta del indicador conocimiento del conocimiento, ya que el niño es capaz de emprender acciones concretas desde el momento en el que, según él, logra detectar el problema, convirtiéndose éste en un procedimiento donde se retoman conocimientos previos que brindan herramientas para la solución de la situación problema.

Lo anterior señala que quizás uno de los pasos más relevantes para la resolución de la situación es la detección del problema, ya que pareciera que es ésta la que desencadena una cantidad de planes y/o acciones consecutivas, las cuales, como hemos dicho, deben caracterizarse por la coherencia para así poder hablar de un funcionamiento adecuado de la metacognición.

Encontramos que el proceso de metacognición se encuentra presente, aunque quizá no de manera evidente, en cada una de nuestras acciones, lo cual en los niños se observó en la medida en que llevaron a cabo tareas que permitieron dar respuesta a los problemas planteados demostrando con ello el reconocimiento de sus recursos cognitivos. A su vez, la posibilidad de corregir sus errores y continuar con los procesos iniciados, da cuenta de la flexibilidad de pensamiento y el control emocional que ante las dificultades lograron generar.

Confirmamos que los procesos cognitivos no se presentan aisladamente; por el contrario, existe entre ellos conexión continua lo que implica que

su presencia sea simultánea en la mayoría de los casos, aunque no siempre evidente. En este sentido, la puesta en marcha de los procesos cognitivos igualmente está relacionada con las posibilidades de creación que brinde el medio, es decir que a partir de éste y sus exigencias nuestros procesos cognitivos se activan según lo requiera y exija la situación. Así, a partir de lo planteado anteriormente, podemos establecer que entre los procesos cognitivos y sus respectivos indicadores se tejen algunas relaciones constantes a las cuales nos referiremos a continuación.

En primer lugar, encontramos cómo al momento de ponerse en marcha el proceso de razonamiento, simultáneamente se activan algunos indicadores metacognición; entre los que está la capacidad de relacionar información, es decir que los niños para resolver la situación problema retomaron información previa y la organizaron de acuerdo con los requerimientos de la misma. En ese sentido, consideramos que la creatividad también se manifiesta a través de las asociaciones remotas, pues al recuperar la información para relacionarla con la situación planteada se remontan a experiencias previas para así extraer lo que de ellas contribuye en la solución del problema.

En segundo lugar, y de acuerdo a la definición que construimos frente a razonamiento, podemos decir que éste se relaciona con detección del problema y diseño y ejecución de estrategias, indicadores del proceso cognitivo de meta-cognición y que se refieren principalmente a la posibilidad que tienen los niños de identificar la regla expuesta en el problema, organizan la información, planean acciones para su resolución y llevan a cabo tales acciones todo ello con el fin de dar solución a la situación problema. Paralelo a lo cual se hace factible plantear que la coherencia como indicador de metacognición se encuentra presente en tal procedimiento, pues de acuerdo con los resultados encontramos que los niños eje-

cutaron lo expresado en su plan de acción.

Otra de las relaciones encontradas son las transformaciones, pues la capacidad que tienen los niños de realizar cambios lingüísticos, gráficos y numéricos durante la resolución de la situación problema responde a la oportunidad de retomar información previa y relacionarla con los elementos presentados, ya que de no poseer una base conceptual (macroconcepto) no sería posible tal procedimiento.

Los procesos de creatividad y metacognición se relacionan una vez más, cuando los indicadores de realimentación y supervisión respectivamente se activan para dar respuesta a la situación problema. Así, cuando el niño reflexiona sobre sus acciones cognitivas y evalúa los errores que haya podido cometer durante su ejecución, se permite corregirlos y, en esta medida, volver sobre sus acciones y recursos, dando cuenta de la puesta en marcha de dichos procesos.

Para lo cual consideramos que el niño sea flexible en su pensamiento (metacognición), es decir que ensaye diversas opciones de solución o resolución abandonando las que no son pertinentes y permitiendo con ello concluir la tarea asignada; evidenciando paralelamente el compromiso (creatividad) adquirido frente a la misma. De tal modo, podemos plantear la correlación que entre creatividad y metacognición se puede presentar.

Los símbolos y modelos utilizados fueron los números y las operaciones matemáticas, ya que a partir de la identificación de los números en relación con el enunciado planteado en el problema fue posible que los niños generaran planes de acción que les permitían producir un resultado.

Confirmamos la importancia de nuestra hipótesis acerca de que el aprendizaje debe ser significativo, por lo cual se hace necesario que lo enseña-

do se encuentre enmarcado dentro de la cotidianidad del niño, ya sea en su colegio, en su casa o con sus amigos; de hecho, los mismos medios de comunicación interfieren en el proceso de significación.

Consideramos importante también retomar el proceso de educación, ya que como plantea Rocha en su resumen acerca del desarrollo y la cognición:

“La educación es una forma de diálogo a través de la cual el niño aprende a construir conceptualmente el mundo con la ayuda o guía en el andamiaje por parte de un adulto”.

Consideramos importante comenzar a responder esta pregunta dentro de nosotros mismos y revisando lo que estamos inculcando en los niños; pues aquello que les enseñemos, aprenderán en gran medida a lo largo de su vida.

En cuanto a la verbalización y su relación con el constructivismo y los procesos cognitivos, reconocimos cómo ésta juega un papel fundamental en la construcción de éstos, pues en un estudio de Baudichon (1975) se encontró:

“Las verbalizaciones espontáneas, cuyo propósito era regular el comportamiento, surgían principalmente cuando la tarea era difícil, encontrando una relación significativa con los resultados alcanzados en la resolución del problema. Los niños que emitían más verbalizaciones reguladoras eran los niños más activos y los que mejores resultados obtenían”.

De esta manera, y en la aplicación, algunas expresiones de los niños pueden ser vistas como construcción a partir de la corrección de errores y superación de obstáculos.

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, podemos hablar de algunos aspectos de la educación que parecen influir de forma importante en el desarrollo y construcción de los conocimientos impartidos en el aula, como son la misma escuela y educación y la construcción de conocimiento a partir de la realidad. Así, nos remitimos a Mario Carretero en su libro *Constructivismo y educación* (1993) donde nos habla acerca de que en la escuela en los primeros años se le presentan al niño actividades motivacionales que cumplen con la función fundamental del desarrollo cognitivo y existe una relación adecuada entre las capacidades de aprendizaje espontáneas del estudiante y los objetivos que se deben alcanzar en este momento del proceso de educación, mientras que en un período escolar mayor, los contenidos se van haciendo más académicos y formalistas donde el estudiante debe tener en cuenta separaciones formales entre las disciplinas; lo que nos hace pensar que la educación básica primaria juega un papel importante a lo largo del proceso académico del niño, ya que es allí donde sus capacidades y habilidades son exploradas y potencializadas a partir de las representaciones de situaciones problema, juegos, exploraciones; sin embargo, el contenido de ello cambia, pues el individuo pasa de ser su propia herramienta de conocimientos con sus compañeros a ser un individuo cargado de muchos conocimientos que no le son significativos, pues su interés está fundamentado en otros aspectos correspondientes tanto a su edad como a estilo de vida.

Por esto, debemos tener en cuenta a lo largo del proceso de educación la motivación que le permita al individuo interesarse por lo que va a conocer y no conocer por un requisito académico de la escuela.

Los seres humanos poseemos esquemas que nos permiten desenvolvernos en ciertas situaciones, estos esquemas son, en parte, enseñados en los

primeros años de escuela, ya que partimos de allí y de lo enseñado por el maestro para construirlos o, como dice Carretero, las ideas previas o concepciones espontáneas que constituyen un conocimiento; estos esquemas son aplicados en nuestras actividades académicas y vivenciales, ya que, como todos sabemos, no podemos separar nuestra vida de los aspectos anexos a ella, como lo son la escuela o el trabajo.

Sin embargo, como todos somos diferentes y poseemos niveles de desarrollo y aprendizaje diferentes, el Ministerio de Educación Nacional planteó unos Principios en el Diseño Curricular Base (1989), donde se mostraron algunos aspectos en el proceso de educación para fortalecer las habilidades de cada estudiante e identificar sus diferencias en el proceso de aprendizaje; entre ellos:

- Partir del nivel de desarrollo del estudiante.
- Asegurar la construcción del aprendizaje significativo.
- Posibilitar que los estudiantes realicen aprendizaje significativo por sí solos.
- Procurar que los estudiantes modifiquen sus esquemas de conocimiento.
- Establecer relaciones ricas entre el nuevo conocimiento y los esquemas de conocimiento ya existentes.

Otra idea que nos gustaría compartir es que en las aulas se trabaja generalmente la estructura de tipo 1 (estado fijo + estado fijo= estado fijo) por lo menos hasta la aplicación de esta investigación; sin embargo, los niños no presentaron diferencias significativas ante la resolución de los problemas de diferente estructura.

Algo que sorprende a los niños es la pregunta incluida sobre el qué sucedió en cada problema. Lo interesante es que los protagonistas detectaron que en el problema de estructura 1 (estado

fijo+estado fijo= estado fijo) no había sucedido nada, lo cual los confundía un poco; y que en los otros problemas, en los que opera una transformación, sí sucedía algo; como nos lo plantea David ante el primer problema: «No sé... qué sucedió...no entiendo... no sucedió nada». Y ante el tercero. “Es que en la pregunta me decían qué sucedió con Camila, y sucedió que Camila ganó 29 tazos y quedó con más tazos para jugar”.

También algo que nos llamó la atención es que los maestros de los colegios que participaron están tratando de trabajar la matemática de una forma más lúdica; aunque realmente éste no fue un criterio de selección. También se observó que algunos niños referenciaban las estrategias que les habían enseñado los papás para resolver sumas.

Consideramos necesario retomar lo planteado por Vergnaud, citado por Romero, J. (2001), quien afirma que es necesario y, al mismo tiempo, de utilidad que los enunciados de cada estructura sean escritos de manera particular, lo que facilitaría que los niños comprendieran las diferencias existentes entre cada una de ellas. Consideramos que también se contribuiría con los procesos de aprendizaje de contenidos matemáticos si se logra crear un estilo específico de problemas para cada tipo de estructura trabajada.

A partir de estas consideraciones queda la pregunta sobre cómo desarrollar los procesos de razonamiento, metacognición y creatividad en los niños, con el fin de fortalecer su pensamiento matemático.

BIBLIOGRAFÍA

- CAMARGO, L. (1997). “Aportes de la psicología del procesamiento de la información a la educación matemática. En: *Revista EMA*. v. 2.
- DORADO, C. (2000). *Aprender a aprender*. Artículo de Internet. Email: cdorado@pie.xtec.es

FLORES, A. (1991). *¿Qué es la educación matemática?* v. 3.

GÓMEZ, P (1992). *Profesor, no entiendo: una empresa docente*. Colombia: Universidad de los Andes.

GONZÁLEZ, C. *Creatividad en el escenario educativo colombiano*. pedagogía y currículo.

GÓNZALEZ, F. (2001). *Acerca de la metacognición*. Artículo de Internet:
Email: fgonzalez@dino.conicit.ve

MIALARET, G. *Las matemáticas, cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Aprendizaje Visor.

MUGNY, G. y PÉREZ, J. (1988). *Psicología social del desarrollo cognitivo*. España: Antrhopos.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1997). *Evaluación de logros en matemáticas*. Serie Publicaciones para Maestros. Colombia: MEN.

_____. (1999). *Evaluación de logros en matemáticas*. Serie Publicaciones para Maestros. Colombia: MEN.

_____. (1997). *Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas. TIMSS*. Serie Publicaciones para Maestros. Colombia: MEN

MORENO, L. *Matemáticas y educación: matemática educativa*. Cinvestav-IPN. México, D.F.

NICKERSON. R., PERKINS D. y SMITH, E. *Enseñar a pensar*.

OROZCO, M. (1997). «Comentario al artículo Razonamiento Lógico Matemático en Contextos Culturales, de Shliemann, A.». En: *Debate Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados en Psicología, Cognición y Cultura. Revista Colombiana de Psicología*, n. 5 y 6. Colombia: Universidad del Valle.

RICO, L. (1990). *Investigación sobre errores de aprendizaje en educación matemática*. España: Universidad de Granada.

VERGNAUD. *El niño y la realidad*.

RIZO, C y CAMPISTROUS, L. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. Ciudad de La Habana: Editorial Puebla.

ROMO, M. (1997). *Psicología de la creatividad*. Paidós.

SANTOS, T. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamericana.

SHOENFELD, A. (1992). "Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Handbook". En: *Journal for research in mathematics education*. v. 23, n.3, mayo de 1992.

SOMEREN, M y SANDBERG. J. (1994). *The think aloud method a practical guide to modelling cognitive processes*. San Diego: CA Academic Press Inc.